# مفاهيم مادة الإحصاء

## الارتباط والانحدار

- معامل الارتباط الخطي لبيرسون بين س ، ص :

$$ر = \frac{ن \Sigma س ص - \Sigma س \times \Sigma ص}{\sqrt{ن \Sigma س^{٢} - (\Sigma س)^{٢}} \sqrt{ن \Sigma ص^{٢} - (\Sigma ص)^{٢}}}$$

- معامل ارتباط الرتب لسبيرمان: $ر = ١ - \frac{٦ \Sigma ف^{٢}}{ن (ن^{٢} - ١)}$

- معادلة خط الانحدار : $\hat{ص} = أ + ب س$ ، حيث ب معامل انحدار ص على س ،

$$ب = \frac{ن \Sigma س ص - \Sigma س \times \Sigma ص}{ن \Sigma س^{٢} - (\Sigma س)^{٢}} \ ، \ أ = \frac{\Sigma ص - ب \Sigma س}{ن}$$

وتُستخدم معادلة خط الانحدار في التنبؤ بقيمة ص إذا عُلمت قيمة س ، وأيضًا في تحديد مقدار الخطأ والذي يتحدد من العلاقة :

مقدار الخطأ = | القيمة الجدولية – القيمة التي تحقق معادلة الانحدار |

## تعيين الرُباعيات من البيانات المفردة (غير المبوبة)

- الحالة الأولى: إذا كان عدد البيانات (ن) فرديًّا ، (ن + ١) يقبل القسمة على ٤ ، فإن الرُباعيات تكون إحدى قيم البيانات المعطاة ويعين مباشرة منها كالتالي:

- ترتيب الرُبيع الأول $(ر_{١}) = \frac{ن + ١}{٤}$ ، ترتيب الرُبيع الثاني $(ر_{٢}) = \frac{ن + ١}{٢}$ ،

ترتيب الرُبيع الثالث $(ر_{٣}) = \frac{٣ (ن + ١)}{٤}$ .

- الحالة الثانية: إذا كان عدد البيانات (ن) فرديًّا أو زوجيًّا، (ن + ١) لا يقبل القسمة على ٤ ، فإن الرُباعيات يتم تعيينها من القانون التالي:

- قيمة الرُبيع المطلوب = القيمة السابقة له + (القيمة التالية له – القيمة السابقة له) × (ترتيبه – الترتيب السابق له).



21454854 1476006 63100725CN
CamScanner

## إيجاد الرُباعيات من الجداول التكرارية.

- رتبة الرُبيع الأول ($ر_١$) = $\frac{ن}{٤}$ ، رتبة الرُبيع الثاني ($ر_٢$) = $\frac{ن}{٢}$ ، رتبة الرُبيع الثالث ($ر_٣$) = $\frac{٣ن}{٤}$.
- ولحساب الرُبيع المطلوب نستخدم القانون التالي:

الرُبيع المطلوب = بداية فترة الرُبيع + $\frac{\text{رتبة الرُبيع – التكرارات السابقة لفترة الرُبيع}}{\text{التكرار المناظر لفترة الرُبيع}}$ × طول الفترة.

- نصف المدى الرُبيعي (الانحراف الرُبيعي ($ر$)) = $\frac{\text{الرُبيع الأعلى – الرُبيع الأدنى}}{٢}$

## الاحتمال

- إذا كان أ ، ب حدثين فإن :

ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) – ل (أ ∩ ب)

ل (أ – ب) = ل (أ) – ل (أ ∩ ب)  ل (ب′) = ١ – ل (ب)

ل (أ′ ∩ ب′) = ١ – ل (أ ∪ ب)  ل (أ′ ∪ ب′) = ١ – ل (أ ∩ ب)

- إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين ، فإن أ ∩ ب = $\phi$ ، ل (أ ∩ ب) = صفر
- لأي حدثين أ، ب من ف (فضاء نواتج لتجربة عشوائية) وكان أ ⊂ ب ، أ ≠ ب فإن: ل (أ ∩ ب) = ل (أ) ، ل (أ ∪ ب) = ل (ب)
- الاحتمال الشرطي : إذا كانت ف فضاء العينة لتجربة عشوائية ما ، وكان أ ، ب حدثين من هذا الفضاء، فإن احتمال وقوع الحدث أ بشرط وقوع الحدث ب

ل (أ | ب) = $\frac{\text{ل (أ ∩ ب)}}{\text{ل (ب)}}$ ، حيث ل (ب) > ٠

- الحدثان المستقلان : يقال إن الحدثين أ ، ب مستقلان إذا و إذا فقط

ل (أ ∩ ب) = ل (أ) × ل (ب)



21454854 1476006 63100725CN
CamScanner

## المتغيرات العشوائية

- التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع س ـ يُكتب بالجدول التالي:

| س ر | س ١ | س ٢ | س ٣ | .... | س ن |
|---|---|---|---|---|---|
| د (س ر) | د (س ١) | د (س ٢) | د (س ٣) | .... | د (س ن) |

- ويكون (١) د (س ر) ≥ ٠ لكل ر = ١ ، ٢ ، ٣ ، ... ، ن

(٢) د (س ١) + د (س ٢) + د (س ٣) + ... + د (س ن) = ١

- التوقع ( المتوسط ) $\mu = \sum_{ر=١}^{ن}$ س ر . د (س ر)
- التباين $\sigma^2 = \sum_{ر=١}^{ن}$ س$^2$ ر . د (س ر) $- \mu^2$
- الانحراف المعياري $\sigma$ = الجذر التربيعي الموجب للتباين.
- معامل الاختلاف = $\frac{\sigma}{\mu} \times ١٠٠٪$
- دالة كثافة الاحتمال لمتغير عشوائي متصل س ـ ، تحقق الشروط الآتية:

(١) د (س) ≥ ٠ لجميع قيم س التي تنتمي لمجال الدالة.

(٢) مساحة المنطقة الواقعة أسفل منحنى الدالة وأعلى محور السينات تساوي الواحد الصحيح.

## دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي الهندسي

- إذا كان س ـ ~ هندسي (ح)

فإن: التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س ـ يعطي بالعلاقة الآتية:

ل ( س ـ = ن ) = ح ( ١ − ح )$^{ن-١}$ ، ن = ١ ، ٢ ، ٣ ، .....

حيث ح احتمال النجاح ، ن هي عدد المحاولات وصولاً إلى أول نجاح.

(١) التوقع (المتوسط) $\mu = \frac{١}{ح}$ (٢) التباين ( $\sigma^2$ ) = $\frac{١ - ح}{ح^2}$



21454854 1476006 CamScanner

## دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي ذي الحدين

- إذا كان س ~ حدين (ن ، ح)

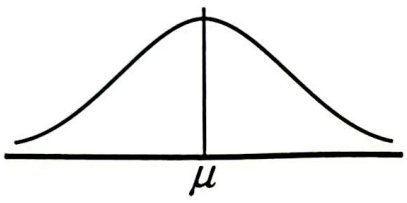
فإن: التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س يعطي بالعلاقة الآتية:

ل (س = ر) = $ن_{ر}$ × $ح^{ر}$ × (١ − ح)$^{ن-ر}$ ، ر = ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ..... ن

حيث ح احتمال النجاح ، ن هي عدد المحاولات في التجربة ، ر (عدد مرات النجاح العدد المطلوب).

(١) التوقع (المتوسط) $\mu$ = ن × ح (٢) التباين ($\sigma^{٢}$) = ن × ح × (١ − ح)

## التوزيع الطبيعي




- بعض خواص المنحنى الطبيعي:

(١) مساحة المنطقة الواقعة أسفل المنحنى الطبيعي وفوق محور السينات تساوي الواحد الصحيح.

(٢) من التماثل المستقيم س = $\mu$ يقسم المساحة الواقعة تحت المنحنى وفوق محور السينات إلى منطقتين مساحة كل منهما = ٠,٥

- للتحويل من توزيع طبيعي س ~ إلى توزيع طبيعي معياري ص ~

نستخدم العلاقة ص = $\frac{\text{س} - \mu}{\sigma}$ ويمكن إيجاد المساحة من خلال الجدول المرفق ص ٢٩.

## فترات الثقة

إذا أخذت عينة عشوائية حجمها (ن) من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط $\mu$ وتباين $\sigma^{٢}$،

فإن $\mu$ ∋ ] $\overline{\text{س}}$ − هـ ، $\overline{\text{س}}$ + هـ [ حيث هـ = $\frac{\sigma}{\sqrt{\text{ن}}}$ × ص$_{\frac{\alpha}{٢}}$

$\overline{\text{س}}$ هو الوسط الحسابي للعينة ، هـ هو الخطأ في التقدير.

ملحوظة: مستوى الثقة ٩٥٪ تناظرها القيمة الحرجة ص$_{\frac{\alpha}{٢}}$ = ١,٩٦



21454854
1476006
CamScanner

# جدول المساحات أسفل المنحنى الطبيعي المعياري

| ى | ٠,٠٠ | ٠,٠١ | ٠,٠٢ | ٠,٠٣ | ٠,٠٤ | ٠,٠٥ | ٠,٠٦ | ٠,٠٧ | ٠,٠٨ | ٠,٠٩ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٠,٠ | ٠,٠٠٠٠ | ٠,٠٠٤٠ | ٠,٠٠٨٠ | ٠,٠١٢٠ | ٠,٠١٦٠ | ٠,٠١٩٩ | ٠,٠٢٣٩ | ٠,٠٢٧٩ | ٠,٠٣١٩ | ٠,٠٣٥٩ |
| ٠,١ | ٠,٠٣٩٨ | ٠,٠٤٣٨ | ٠,٠٤٧٨ | ٠,٠٥١٧ | ٠,٠٥٥٧ | ٠,٠٥٩٦ | ٠,٠٦٣٦ | ٠,٠٦٧٥ | ٠,٠٧١٤ | ٠,٠٧٥٣ |
| ٠,٢ | ٠,٠٧٩٣ | ٠,٠٨٣٢ | ٠,٠٨٧١ | ٠,٠٩١٠ | ٠,٠٩٤٨ | ٠,٠٩٨٧ | ٠,١٠٢٦ | ٠,١٠٦٤ | ٠,١١٠٣ | ٠,١١٤١ |
| ٠,٣ | ٠,١١٧٩ | ٠,١٢١٧ | ٠,١٢٥٥ | ٠,١٢٩٣ | ٠,١٣٣١ | ٠,١٣٦٨ | ٠,١٤٠٦ | ٠,١٤٤٣ | ٠,١٤٨٠ | ٠,١٥١٧ |
| ٠,٤ | ٠,١٥٥٤ | ٠,١٥٩١ | ٠,١٦٢٨ | ٠,١٦٦٤ | ٠,١٧٠٠ | ٠,١٧٣٦ | ٠,١٧٧٢ | ٠,١٨٠٨ | ٠,١٨٤٤ | ٠,١٨٧٩ |
| ٠,٥ | ٠,١٩١٥ | ٠,١٩٥٠ | ٠,١٩٨٥ | ٠,٢٠١٩ | ٠,٢٠٥٤ | ٠,٢٠٨٨ | ٠,٢١٢٣ | ٠,٢١٥٧ | ٠,٢١٦٠ | ٠,٢٢٢٤ |
| ٠,٦ | ٠,٢٢٥٩ | ٠,٢٢٩١ | ٠,٢٣٢٤ | ٠,٢٣٥٧ | ٠,٢٣٨٩ | ٠,٢٤٢٢ | ٠,٢٤٥٤ | ٠,٢٤٨٦ | ٠,٢٥١٧ | ٠,٢٥٤٩ |
| ٠,٧ | ٠,٢٥٨٠ | ٠,٢٦١١ | ٠,٢٦٤٢ | ٠,٢٦٧٣ | ٠,٢٧٠٤ | ٠,٢٧٣٤ | ٠,٢٧٦٤ | ٠,٢٧٩٤ | ٠,٢٨٢٣ | ٠,٢٨٥٢ |
| ٠,٨ | ٠,٢٨٨١ | ٠,٢٩١٠ | ٠,٢٩٣٩ | ٠,٢٩٦٧ | ٠,٢٩٩٥ | ٠,٣٠٢٣ | ٠,٣٠٥١ | ٠,٣٠٧٨ | ٠,٣١٠٦ | ٠,٣١٣٣ |
| ٠,٩ | ٠,٣١٥٩ | ٠,٣١٨٦ | ٠,٣٢١٢ | ٠,٣٢٣٨ | ٠,٣٢٦٤ | ٠,٣٢٨٩ | ٠,٣٣١٥ | ٠,٣٣٤٠ | ٠,٣٣٦٥ | ٠,٣٣٨٩ |
| ١,٠ | ٠,٣٤١٣ | ٠,٣٤٣٨ | ٠,٣٤٦١ | ٠,٣٤٨٥ | ٠,٣٥٠٨ | ٠,٣٥٣١ | ٠,٣٥٥٤ | ٠,٣٥٧٧ | ٠,٣٥٩٩ | ٠,٣٦٢١ |
| ١,١ | ٠,٣٦٤٣ | ٠,٣٦٦٥ | ٠,٣٦٨٦ | ٠,٣٧٠٨ | ٠,٣٧٢٩ | ٠,٣٧٤٩ | ٠,٣٧٧٠ | ٠,٣٧٩٠ | ٠,٣٨١٥ | ٠,٣٨٣٠ |
| ١,٢ | ٠,٣٨٤٩ | ٠,٣٨٦٩ | ٠,٣٨٨٨ | ٠,٣٩٠٧ | ٠,٣٩٢٥ | ٠,٣٩٤٤ | ٠,٣٩٦٢ | ٠,٣٩٨٠ | ٠,٣٩٩٧ | ٠,٤٠١٥ |
| ١,٣ | ٠,٤٠٣٢ | ٠,٤٠٤٩ | ٠,٤٠٦٦ | ٠,٤٠٨٢ | ٠,٤٠٩٩ | ٠,٤١١٥ | ٠,٤١٣١ | ٠,٤١٤٧ | ٠,٤١٦٢ | ٠,٤١٧٧ |
| ١,٤ | ٠,٤١٩٢ | ٠,٤٢٠٧ | ٠,٤٢٢٢ | ٠,٤٢٣٦ | ٠,٤٢٥١ | ٠,٤٢٦٥ | ٠,٤٢٧٩ | ٠,٤٢٩٢ | ٠,٤٣٠٦ | ٠,٤٣١٩ |
| ١,٥ | ٠,٤٣٣٢ | ٠,٤٣٤٥ | ٠,٤٣٥٧ | ٠,٤٣٧٠ | ٠,٤٣٨٢ | ٠,٤٣٩٤ | ٠,٤٤٠٦ | ٠,٤٤١٨ | ٠,٤٤٢٩ | ٠,٤٤٤١ |
| ١,٦ | ٠,٤٤٥٢ | ٠,٤٤٦٣ | ٠,٤٤٧٤ | ٠,٤٤٨٤ | ٠,٤٤٩٥ | ٠,٤٥٠٥ | ٠,٤٥١٥ | ٠,٤٥٢٥ | ٠,٤٥٣٥ | ٠,٤٥٤٥ |
| ١,٧ | ٠,٤٥٥٤ | ٠,٤٥٦٤ | ٠,٤٥٧٣ | ٠,٤٥٨٢ | ٠,٤٥٩١ | ٠,٤٥٩٩ | ٠,٤٦٠٨ | ٠,٤٦١٦ | ٠,٤٦٢٥ | ٠,٤٦٣٣ |
| ١,٨ | ٠,٤٦٤١ | ٠,٤٦٤٩ | ٠,٤٦٥٦ | ٠,٤٦٦٤ | ٠,٤٦٧١ | ٠,٤٦٧٨ | ٠,٤٦٨٦ | ٠,٤٦٩٣ | ٠,٤٦٩٩ | ٠,٤٧٠٦ |
| ١,٩ | ٠,٤٧١٣ | ٠,٤٧١٩ | ٠,٤٧٢٦ | ٠,٤٧٣٢ | ٠,٤٧٣٨ | ٠,٤٧٤٤ | ٠,٤٧٥٠ | ٠,٤٧٥٦ | ٠,٤٧٦١ | ٠,٤٧٦٧ |
| ٢,٠ | ٠,٤٧٧٢ | ٠,٤٧٧٨ | ٠,٤٧٨٣ | ٠,٤٧٨٨ | ٠,٤٧٩٣ | ٠,٤٧٩٨ | ٠,٤٨٠٣ | ٠,٤٨٠٨ | ٠,٤٨١٢ | ٠,٤٨١٧ |
| ٢,١ | ٠,٤٨٢١ | ٠,٤٨٢٦ | ٠,٤٨٣٠ | ٠,٤٨٣٤ | ٠,٤٨٣٨ | ٠,٤٨٤٢ | ٠,٤٨٤٦ | ٠,٤٨٥٠ | ٠,٤٨٥٤ | ٠,٤٨٥٧ |
| ٢,٢ | ٠,٤٨٦١ | ٠,٤٨٦٤ | ٠,٤٨٦٨ | ٠,٤٨٧١ | ٠,٤٨٧٥ | ٠,٤٨٧٨ | ٠,٤٨٨١ | ٠,٤٨٨٤ | ٠,٤٨٨٧ | ٠,٤٨٩٠ |
| ٢,٣ | ٠,٤٨٩٣ | ٠,٤٨٩٦ | ٠,٤٨٩٨ | ٠,٤٩٠١ | ٠,٤٩٠٤ | ٠,٤٩٠٦ | ٠,٤٩٠٩ | ٠,٤٩١١ | ٠,٤٩١٣ | ٠,٤٩١٦ |
| ٢,٤ | ٠,٤٩١٨ | ٠,٤٩٢٠ | ٠,٤٩٢٢ | ٠,٤٩٢٥ | ٠,٤٩٢٧ | ٠,٤٩٢٩ | ٠,٤٩٣١ | ٠,٤٩٣٢ | ٠,٤٩٣٤ | ٠,٤٩٣٦ |
| ٢,٥ | ٠,٤٩٣٨ | ٠,٤٩٤٠ | ٠,٤٩٤١ | ٠,٤٩٤٣ | ٠,٤٩٤٥ | ٠,٤٩٤٦ | ٠,٤٩٤٨ | ٠,٤٩٤٩ | ٠,٤٩٥١ | ٠,٤٩٥٢ |
| ٢,٦ | ٠,٤٩٥٣ | ٠,٤٩٥٥ | ٠,٤٩٥٦ | ٠,٤٩٥٧ | ٠,٤٩٥٩ | ٠,٤٩٦٠ | ٠,٤٩٦١ | ٠,٤٩٦٢ | ٠,٤٩٦٣ | ٠,٤٩٦٤ |
| ٢,٧ | ٠,٤٩٦٥ | ٠,٤٩٦٦ | ٠,٤٩٦٧ | ٠,٤٩٦٨ | ٠,٤٩٦٩ | ٠,٤٩٧٠ | ٠,٤٩٧١ | ٠,٤٩٧٢ | ٠,٤٩٧٣ | ٠,٤٩٧٤ |
| ٢,٨ | ٠,٤٩٧٤ | ٠,٤٩٧٥ | ٠,٤٩٧٦ | ٠,٤٩٧٧ | ٠,٤٩٧٧ | ٠,٤٩٧٨ | ٠,٤٩٧٩ | ٠,٤٩٧٩ | ٠,٤٩٨٠ | ٠,٤٩٨١ |
| ٢,٩ | ٠,٤٩٨١ | ٠,٤٩٨٢ | ٠,٤٩٨٢ | ٠,٤٩٨٣ | ٠,٤٩٨٤ | ٠,٤٩٨٤ | ٠,٤٩٨٥ | ٠,٤٩٨٥ | ٠,٤٩٨٦ | ٠,٤٩٨٦ |
| ٣,٠ | ٠,٤٩٨٧ | ٠,٤٩٨٧ | ٠,٤٩٨٧ | ٠,٤٩٨٨ | ٠,٤٩٨٨ | ٠,٤٩٨٩ | ٠,٤٩٨٩ | ٠,٤٩٨٩ | ٠,٤٩٩٠ | ٠,٤٩٩٠ |
| ٣,١ | ٠,٤٩٩٠ | ٠,٤٩٩١ | ٠,٤٩٩١ | ٠,٤٩٩١ | ٠,٤٩٩٢ | ٠,٤٩٩٢ | ٠,٤٩٩٢ | ٠,٤٩٩٢ | ٠,٤٩٩٣ | ٠,٤٩٩٣ |
| ٣,٢ | ٠,٤٩٩٣ | ٠,٤٩٩٣ | ٠,٤٩٩٤ | ٠,٤٩٩٤ | ٠,٤٩٩٤ | ٠,٤٩٩٤ | ٠,٤٩٩٤ | ٠,٤٩٩٥ | ٠,٤٩٩٥ | ٠,٤٩٩٥ |
| ٣,٣ | ٠,٤٩٩٥ | ٠,٤٩٩٥ | ٠,٤٩٩٥ | ٠,٤٩٩٦ | ٠,٤٩٩٦ | ٠,٤٩٩٦ | ٠,٤٩٩٦ | ٠,٤٩٩٦ | ٠,٤٩٩٦ | ٠,٤٩٩٧ |
| ٣,٤ | ٠,٤٩٩٧ | ٠,٤٩٩٧ | ٠,٤٩٩٧ | ٠,٤٩٩٧ | ٠,٤٩٩٧ | ٠,٤٩٩٧ | ٠,٤٩٩٧ | ٠,٤٩٩٧ | ٠,٤٩٩٧ | ٠,٤٩٩٨ |
| ٣,٥ | ٠,٤٩٩٨ | ٠,٤٩٩٨ | ٠,٤٩٩٨ | ٠,٤٩٩٨ | ٠,٤٩٩٨ | ٠,٤٩٩٨ | ٠,٤٩٩٨ | ٠,٤٩٩٨ | ٠,٤٩٩٨ | ٠,٤٩٩٨ |



CamScanner